

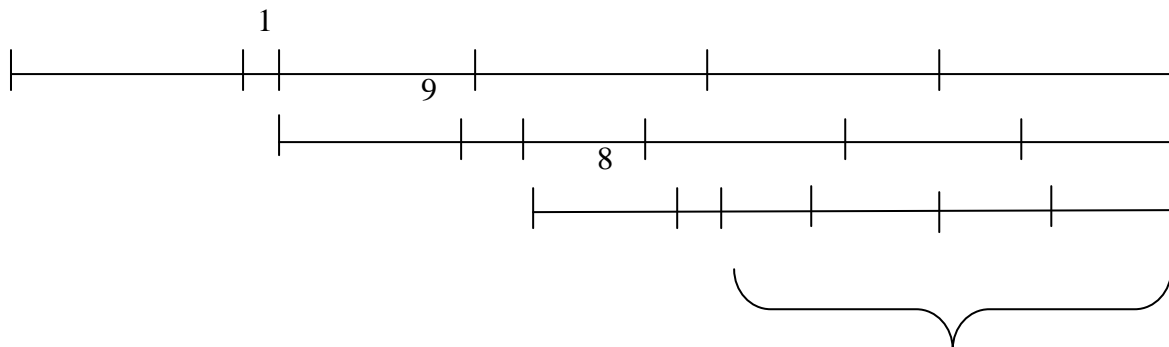
Concursul județean interdisciplinar „Poezia minții”
Barem matematică Clasa a IV-a

Subiectul I (20 puncte; 5 puncte/item)

1. b) 376
2. d) 20
3. d) jumătatea lui 8
4. b) 7 lei

Subiectul II (30 puncte)

Problema 1



84 (pagini)

I. Realizarea desenului – 3 puncte

II. $84 + 8 = 92$ 1 punct

$92 : 4 = 23$ 1 punct

$23 + 8 = 31$ (pagini în a treia săptămână) 1 punct

III $23 \times 5 = 115$ (pagini) 1 punct $115 + 9 = 124$ 1 punct

$124 : 4 = 31$ 1 punct $31 + 9 = 40$ (pagini în a doua săptămână) 1 punct

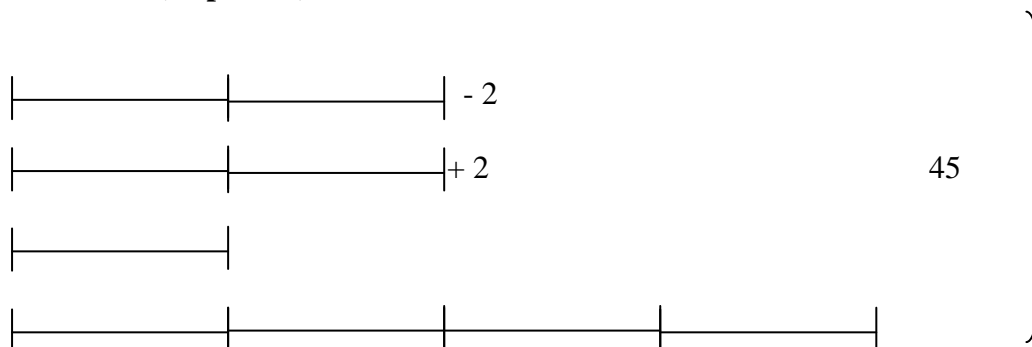
IV. $31 \times 5 = 155$ (pagini)) 1 punct

$155 + 1 = 156$) 1 punct $156 : 4 = 39$ 1 punct

$39 \times 5 = 195$ (pagini are cartea) 1 punct

$39 + 1 = 40$ (pagini în prima săptămână) 1 punct

Problema 2 (15 puncte)



- Realizarea desenului – 2 puncte
- $45 : 9 = 5$ (a treia parte) - 2 puncte
- $5 \times 2 + 2 = 12$ (a doua parte) – 4 puncte
- $5 \times 2 - 2 = 8$ (prima parte) - 4 puncte
- $5 \times 4 = 20$ (a patra parte) - 3 puncte

Poezia minții 2018

Clasa a V-a

Barem de corectare și notare

I. 1) B 2) C 3) C 4) A

Rezolvări

1) $58+71+105=234$ $324 - 234 = 90$ $90:3=30$ (t,s-au scos din fiecare)

$\Rightarrow 105 + 30 = 135$ (t, în cel mai mare)

2) $a=9^{1009}$ și $b=8^{1009}$, deci $a>b$

3) $2^{2018}:2=2^{2017}$

4) $n=9x+5$ și $n=6y+4$

$3n=18y+12$ și $2n=18x+10$, rezultă $n=18(y-x)+2$, deci restul este 2

II.

1. $S_1 = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2016} \quad / \cdot 2$

$2 \cdot S_1 = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2017}$

2 puncte

$2 \cdot S_1 - S_1 = 2^{2017} - 1 \Rightarrow S_1 = 2^{2017} - 1$

3 puncte

$S_2 = 1 + 2 + 3 + \dots + 2018 = (2018 \cdot 2019):2 =$

$= 1009 \cdot 2019 = 2.037.171$

3 puncte

$u(2^{2017}) = u(2^{4 \cdot 504 + 1}) = u(2) = 2 \Rightarrow u(S_1) = 1$

5 puncte

$\Rightarrow u(S_1 - S_2) = 0 \Rightarrow a : 10$

2 puncte

2. $a : (a - b) = 10 \text{ rest } 5, d = i \cdot c + r, r < i$

$a = 10(a - b) + 5, 5 < a - b \Leftrightarrow$

3 puncte

$\Leftrightarrow a = 10a - 10b + 5 \Leftrightarrow$

2 puncte

$\Leftrightarrow 10b = 10a - a + 5 \Leftrightarrow$

2 puncte

$\Leftrightarrow 10b = 9a + 5 \Leftrightarrow b = 9a - 9b + 5 \Leftrightarrow b = 9(a - b) + 5$

5 puncte

Cum $a - b > 5$ rezultă că $q = 9$ și $r = 5$

3 puncte

Poezia minții" 2018

Clasa a VI-a

Barem de corectare și notare

Partea I

1. card A = 5 \Rightarrow m minim este 23
2. $2018 = 2 * 1009 = (1+1) * (1008 + 1) \Rightarrow$ cel mai mic număr este : $2^{1008} \cdot 3$
3. Rapoarte egale
4. $180^\circ - x = 4(90^\circ - x) \Rightarrow x = 60^\circ$

Partea II

Soluția

1. M1 mulțimea numerelor naturale din A care sunt divizibile cu 3
M2 mulțimea numerelor naturale din A care sunt divizibile cu 5
M3 mulțimea numerelor naturale din A care sunt divizibile cu 73p
Numărul elementelor din M1 este 33
Numărul elementelor din M2 este 20
Numărul elementelor din M3 este 143p
Numărul elementelor din $M1 \cap M2$ este 7
Numărul elementelor din $M1 \cap M3$ este 5
Numărul elementelor din $M2 \cap M3$ este 33p
Numărul elementelor din $M1 \cup M2 \cup M3$ este 531p
Avem 47 de numere care nu sunt divizibile nici cu 3, nici cu 5 și nici cu 7, deci dacă alegem 51 de numere vom avea cel puțin 4 numere divizibile cu 3, 5 sau cu 7.4p
Utilizând principiul cutiei, deducem că cel puțin două dintre acestea se divid cu același număr 3, 5 sau 7.....1p
2.
 - a) $\sphericalangle COD$ -alungit $\Rightarrow \sphericalangle COD = 180^\circ$ 1p
 $\sphericalangle AOB$ -drept $\Rightarrow \sphericalangle AOB = 90^\circ$ 1p
 $\sphericalangle AOC = 180^\circ - \sphericalangle AOB - \sphericalangle BOD = 180^\circ - 90^\circ - \sphericalangle BOD$2p
 $\Rightarrow \sphericalangle AOC = 90^\circ - \sphericalangle BOD \Rightarrow \sphericalangle AOC < 90^\circ \Rightarrow \sphericalangle AOC$ -ascuțit.....2p
 - b) $\sphericalangle AOC + \sphericalangle BOD = 180^\circ - \sphericalangle AOB = 90^\circ$ 2p
 $\sphericalangle BOD = 90^\circ - \sphericalangle AOC$ (1).....1p
 $\sphericalangle AOM + \sphericalangle MOB = 90^\circ \Rightarrow \sphericalangle MOB = 90^\circ - \sphericalangle AOM$ (2).....2p
 $\sphericalangle AOM = \sphericalangle AOC$ (3).....2p
Din (1), (2), (3) $\Rightarrow \sphericalangle MOB = \sphericalangle BOD = \sphericalangle$ OB bisectoarea unghiului $\sphericalangle MOD$2p

Poezia minții" 2018

Clasa a VII-a

Barem de corectare și notare

Partea I

1) C

2) B

3) C

4) B

Rezolvări

$$1) \frac{2018}{2 \cdot 4} + \frac{2018}{4 \cdot 6} + \frac{2018}{6 \cdot 8} + \dots + \frac{2018}{2016 \cdot 2018}$$

$$= 1009 \cdot \left(\frac{2}{2 \cdot 4} + \frac{2}{4 \cdot 6} + \frac{2}{6 \cdot 8} + \dots + \frac{2}{2016 \cdot 2018} \right) =$$

$$= 1009 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2016} - \frac{1}{2018} \right)$$

$$= 1009 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2018} \right) = 1009 \cdot \frac{1008}{2018} = 504$$

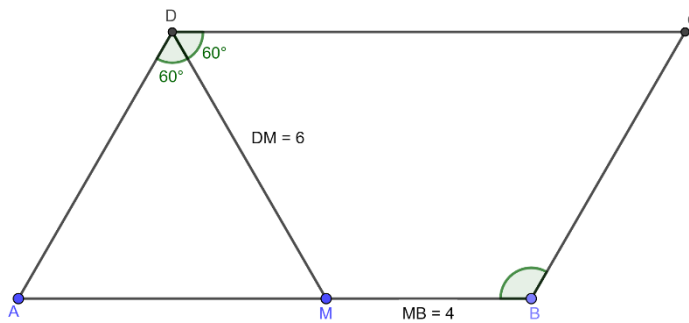
$$2) a = \left(\frac{7}{1} + 1 \right) \cdot \left(\frac{7}{2} + 1 \right) \cdot \left(\frac{7}{3} + 1 \right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{7}{9} + 1 \right) = \frac{8}{1} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{10}{3} \cdot \dots \cdot \frac{14}{7} \cdot \frac{15}{8} \cdot \frac{16}{9}$$

$$= \frac{10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot \dots \cdot 15 \cdot 16}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 6 \cdot 7}$$

$$b = \left(\frac{9}{1} + 1 \right) \cdot \left(\frac{9}{2} + 1 \right) \cdot \left(\frac{9}{3} + 1 \right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{9}{7} + 1 \right) = \frac{10}{1} \cdot \frac{11}{2} \cdot \frac{12}{3} \cdot \dots \cdot \frac{15}{6} \cdot \frac{16}{7} =$$

$$\frac{10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot \dots \cdot 15 \cdot 16}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 6 \cdot 7} \Rightarrow a = b$$

3)

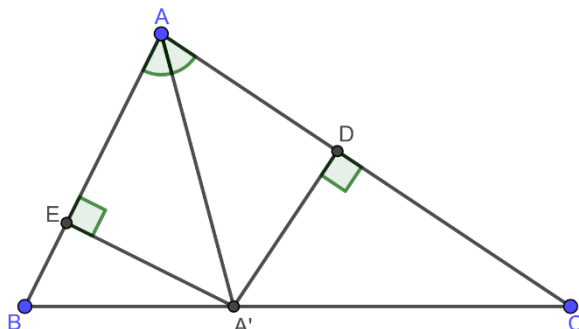


$$m(\widehat{ADC}) = m(\widehat{ADM}) + m(\widehat{MDC}) = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ \Rightarrow m(\widehat{BAD}) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \Delta AMD \text{ este echilateral} \Rightarrow AM = AD = DM = 6 \text{ cm} \Rightarrow AB = 10 \text{ cm}$$

$$P_{ABCD} = 2(6 + 10) = 32 \text{ cm}$$

4)



Fie $A'E \perp AB$, $E \in [AB] \Rightarrow A'E = A'D = 4 \text{ cm}$

$$A_{\Delta ABC} = A_{\Delta ABA'} + A_{\Delta AA'C} = \frac{AB \cdot A'E}{2} + \frac{AC \cdot A'D}{2} = \frac{AB \cdot 4}{2} + \frac{AC \cdot 4}{2}$$

$$= 2AB + 2AC = 2(AB + AC) = 30 \text{ cm}^2$$

Partea a II-a

1) Presupunem, fără a restrânge generalitatea că $a \leq b \leq c$

Cazul I $a < b < c \Rightarrow \frac{a^{2018k}}{b^{1009k} \cdot c^{1009k}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{1009k} \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^{1009k} < 1$ **3p**

deoarece este produs de factori subunitari

Cazul II $a < b = c \Rightarrow \frac{a^{2018k}}{b^{1009k} \cdot c^{1009k}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{1009k} \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^{1009k} < 1$ **3p**

deoarece este produs de factori subunitari

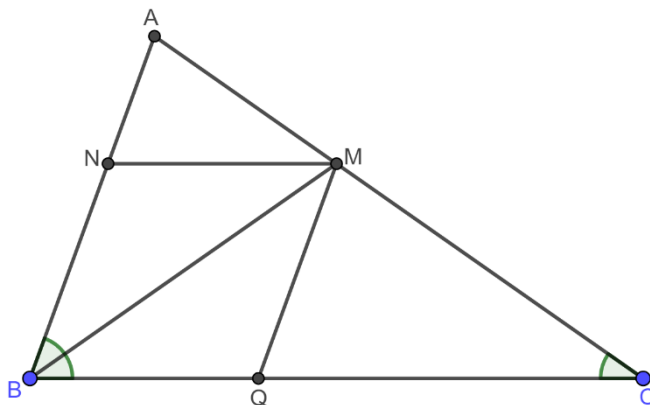
Cazul III $a = b < c \Rightarrow \frac{a^{2018k}}{b^{1009k} \cdot c^{1009k}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{1009k} \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^{1009k} = 1 \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^{1009k} < 1$ **3p**

deoarece $\left(\frac{a}{c}\right)^{1009k}$ este subunitară

În concluzie obținem că $a = b = c$ **3p**

$\Rightarrow 3 \cdot (a^{2018k} + b^{2018k} + c^{2018k}) = 3 \cdot 3 \cdot a^{2018k} = (3 \cdot a^{1009k})^2$ **3p**

2)



a) $MN \parallel BC \Rightarrow MN \parallel BQ$

$MQ \parallel AB \Rightarrow MQ \parallel BN \Rightarrow BNMQ$ este paralelogram (1) **3p**

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{NBM} \equiv \widehat{MBQ} \text{ ([BM - bisectoare])} \\ \widehat{NMB} \equiv \widehat{MBQ} \text{ (altene interne)} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{NBM} \equiv \widehat{NMB} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \Delta BNM$ isoscel $\Rightarrow BN = NM$ (2) **3p**

Din (1) și (2) $\Rightarrow BNMQ$ este romb **2p**

b) $BM = MC \Rightarrow \widehat{MBC} \equiv \widehat{MCB}$ **2p**

Dar, $\widehat{NMB} \equiv \widehat{MBC}$ (altene interne) **1p**

$\widehat{MCB} \equiv \widehat{AMN}$ (corespondente) **2p**

$\Rightarrow \widehat{AMN} \equiv \widehat{NMB} \Rightarrow [MN$ este bisectoarea unghiului AMB **2p**

Poezia minții” 2018

Clasa a VIII-a

Barem de corectare și notare

Partea I

- | | | |
|-------------|----------------|----|
| Problema 1. | Răspuns corect | b) |
| Problema 2. | Răspuns corect | b) |
| Problema 3. | Răspuns corect | c) |
| Problema 4. | Răspuns corect | b) |

Partea II

1. Relația se mai scrie : $2^{2a} + 2^{2b} + 2^a + 2^b + 2 \cdot 2^{a+b}$ 5p
 $= (2^a + 2^b) + (2^a + 2^b)^2$ 5p
 $(2^a + 2^b) \cdot (2^a + 2^b + 1)$ ceea ce reprezintă produsul a două numere naturale consecutive, care nu este pătrat perfect.....5p

2. Fie $\{O\} = AC \cap BD$. Cum $MP \parallel BO$ și $MP = BO$ atunci MPBO paralelogram.....4p

deci $BP \parallel MO \Rightarrow m(\sphericalangle MN, BP) = m\sphericalangle(NMO)$ 4p

Dacă latura cubului o notăm cu a obținem folosind teorema lui Pitagora în

triunghiul $NA'D'$ lungimea segmentului $ND' = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

În $\triangle ND'M$ dreptunghic obținem ca $MN = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ iar în $\triangle NAO$ dreptunghic avem $NO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\triangle BB'P$ dreptunghic $BP = \frac{a\sqrt{5}}{2} = MO$4p

Construim înălțimea NQ în $\triangle MNO$ cu $Q \in MO$ și notăm cu $x = MQ$ deci $QO = \frac{a\sqrt{5}}{2} - x$

Din triunghiurile dreptunghice formate exprimăm NQ și obținem

$$NQ^2 = \frac{6a^2}{4} - x^2 \text{ și } NQ^2 = \frac{3a^2}{4} - \left(\frac{a\sqrt{5}}{2} - x\right)^2 \text{ Egalăm cele două relații și obținem } \frac{8a^2}{4} = a\sqrt{5}x$$

$$\text{adică } x = \frac{2a\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \cos(\sphericalangle NMO) = \frac{MQ}{MN} = \frac{2a\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{2}{a\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{30}}{15} \text{3p}$$